MÉTODO DE LA SECANTE

Este método se basa en la fórmula de Newton-Raphson, pero evita el cálculo de la derivada usando la siguiente aproximación:

$$f'(x_i) \approx \frac{f(x_{i-1}) - f(x_i)}{x_{i-1} - x_i}$$

Sustituyendo en la fórmula de Newton-Raphson, obtenemos:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \approx x_i - \frac{f(x_i)}{\dfrac{f(x_{i-1}) - f(x_i)}{x_{i-1} - x_i}}$$

$$\boxed{\therefore\ x_{i+1} \approx x_i - \frac{f(x_i)(x_{i-1} - x_i)}{f(x_{i-1}) - f(x_i)}}$$

Que es la fórmula del método de la secante. Nótese que para poder calcular el valor de x_{i+1}, necesitamos conocer los dos valores anteriores x_i y x_{i-1}.

Obsérvese también, el gran parecido con la fórmula del método de la regla falsa. La diferencia entre una y otra es que mientras el método de la regla falsa trabaja sobre intervalos cerrados, el método de la secante es un proceso iterativo y por lo mismo, encuentra la aproximación casi con la misma rapidez que el método de Newton-Raphson. Claro, corre el mismo riesgo de éste último de no converger a la raíz, mientras que el método de la regla falsa va a la segura.

<u>Ejemplo 1</u>

Usar el método de la secante para aproximar la raíz de $f(x) = e^{-x^2} - x$, comenzando con $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ y hasta que $|\epsilon_a| < 1\%$.

Solución

Tenemos que $f(x_0) = 1$ y $f(x_1) = -0.632120558$, que sustituimos en la fórmula de la secante para calcular la aproximación x_2:

$$x_2 = x_1 - \left[\frac{f(x_1)(x_0 - x_1)}{f(x_0) - f(x_1)}\right] = 0.612699837$$

Con un error aproximado de:

$$|\epsilon_a| = \left| \frac{x_2 - x_1}{x_2} \times 100\% \right| = 63.2\%$$

Como todavía no se logra el objetivo, continuamos con el proceso. Resumimos los resultados en la siguiente tabla:

Aprox. a la raíz	Error aprox.
0	
1	100%
0.612699837	63.2%
0.653442133	6.23%
0.652917265	0.08%

De lo cual concluimos que la aproximación a la raíz es:

$$x_4 = 0.652917265$$

Ejemplo 2

Usar el método de la secante para aproximar la raíz de $f(x) = \arctan x - 2x + 1$, comenzando con $x_0 = 0$ y $x_1 = 1$, y hasta que $|\epsilon_a| < 1\%$.

Solución

Tenemos los valores $f(x_0) = 1$ y $f(x_1) = -0.214601836$, que sustituimos en la fórmula de la secante para obtener la aproximación x_2:

$$x_2 = x_1 - \left[\frac{f(x_1)(x_0 - x_1)}{f(x_0) - f(x_1)} \right] = 0.823315073$$

Con un error aproximado de:

$$|\epsilon_a| = \left| \frac{x_2 - x_1}{x_2} \times 100\% \right| = 21.46\%$$

Como todavía no se logra el objetivo, continuamos con el proceso. Resumimos los resultados en la siguiente tabla:

Aprox. a la raíz	Error aprox.
0	
1	100%
0.823315073	21.4%
0.852330280	3.40%
0.853169121	0.09%

De lo cual concluimos que la aproximación a la raíz es:

$$x_4 = 0.853169121$$

Se sugiere aplicar el método de la secante, para obtener una raíz de la siguiente ecuación:

$$X^3+X+16=0$$