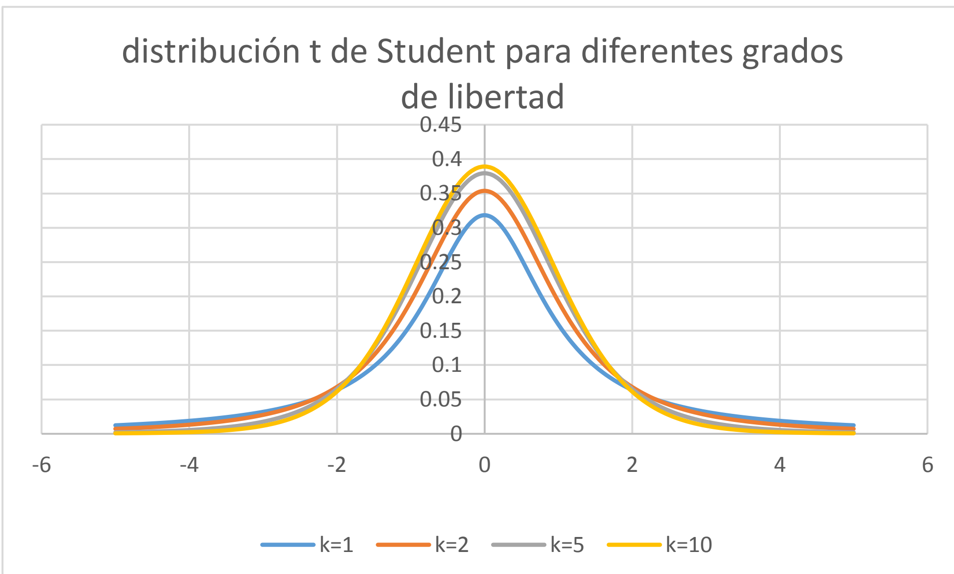
LA DISTRIBUCIÓN t DE STUDENT.

La distribución *t* de Student la propuso en 1908 William S. Gosset, quien usaba el seudónimo de Student en sus publicaciones y se define así:

Definición 1.2 Sean *X* y *Y* variables aleatorias independientes, tales que $X \sim N(0,1)$ y $Y \sim$ ji-cuadrada con *n* grados de libertad, entonces la variable:

$$W = \frac{X}{\sqrt{Y/n}} \tag{1.1}$$

Es una variable *t* de Student con *n* grados de libertad. Los grados de libertad corresponden a los grados de libertad de la ji-cuadrada del denominador.



La mayoría de las tablas reportan los valores de la distribución acumulada *t* de Student, esto es si $X \sim t$ con *n* grados de libertad, en la tabla se dan los valores de

$$P(X < x) = \alpha$$

En el renglón superior de la tabla se hallan los valores para

$$\alpha = 0.75, 0.90, 0.95, 0.975, 0.99, 0.995, 0.9975, 0.9999, 0.99995, 0.999975 \text{ y } 0.99999$$

En la primera columna están los grados de libertad y en las restantes columnas se encuentran los valores de x.

Ejemplo 2.

Sea X distribuida como *t* de Student con 10 grados de libertad, encontrar la probabilidad.

- $P(X < x) = 0.95$
- $P(X > x) = 0.05$

- $P(X < x) = 0.05$

Solución:

- La probabilidad $P(X < x) = 0.95$ se lee directamente en la tabla, de manera que se debe ir a la columna señalada como 0.95; en esta columna se observará el renglón de los grados de libertad igual que 10, ahí se encuentra el valor de $x = 1.812$.
- La probabilidad de $P(X > x) = 0.05$, no la trae la tabla, pues la variable aleatoria X está por arriba del valor x. Para poder utilizar las tablas, se determina el complemento de esta probabilidad $P(X < x) = 1 - 0.05 = 0.95$, ahora, en la columna correspondiente a 0.95 se busca el renglón de 10 grados de libertad y en esa celda se halla el valor de $x = 1.812$.
- La probabilidad de $P(X < x) = 0.05$ es una probabilidad acumulada, pero en la tabla no se encuentra el 0.05, de manera que para encontrar el valor de x se utiliza la simetría de la distribución t, entonces se satisface que $P(X < -x) = P(X > x) = 0.05$ y es el mismo valor del inciso anterior, $x = 1.812$.