SERIE TEMA 2 PRIMERA PARTE

ECUACIONES DIFERENCIALES

Fecha de entrega: 10 de ABRIL

1) Sean los operadores diferenciales $A = xD - 1$ y $B = D + 1$. Verifique la validez de la igualdad $(A\,B)\,y = (BA)\,y$

2) Determine el operador diferencial anulador de menor orden de la función

$$q(x) = 3x^2 + \frac{1}{2}\left(e^{x} - e^{-x}\right) + xe^{x} + e - x\cos 2x + x^2 sen 2x$$

3) Compruebe si las funciones siguientes constituyen un conjunto linealmente independiente en el intervalo $(-\infty, \infty)$:

$f_1(x) = x$

$f_2(x) = x - 1,$

$f_3(x) = x + 3$

4) La función $y = x\cos 2x + 4sen^2 x + 5$ es una solución particular de una ecuación diferencial lineal, homogénea y de coeficientes constantes.

a) Obtenga la ecuación diferencial correspondiente de menor orden

b) Obtenga la solución general de dicha ecuación.

5) Sea la ecuación diferencial $y'' + 5y' - 6y = 0$ ………(A)

a) Verifique que $S_1 = \{e^{x},\ e^{x} - e^{-6x}\}$ es un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación diferencial (A) (para resolverlo, esperen mis notas del lunes)

b) Verifique que $\Phi(x) = e^{-6x}$ es solución de la ecuación (A) y exprese Φ como combinación lineal de funciones pertenecientes a S_1

c) Obtenga la solución general de (A)

6) Resolver las ecuaciones diferenciales (verifique primero si son lineales o no):

a) $\left(x^2 + 16\right)y' - xy = x$

b) $y' - \left(\tan x\right)y = x \sec x \quad , \; y(0) = \sqrt{\pi}$

7) A continuación, elegir la opción correcta.

Son funciones que corresponden a soluciones de ecuaciones diferenciales homogéneas de coeficientes constantes las siguientes, excepto:

1) $f(x) = x^2 - x^3$

2) $f(x) = 4xe^{x/2} - 3xe^{-x/2}$

3) $f(x) = \dfrac{2}{x^{-1}} + \dfrac{1}{x^{-2}}$

4) $f(x) = x^{-1} + x^{-3}$

8) Resuelva la ecuación diferencial

$$y^{(4)} - 4y = 0$$

9) Sean los operadores diferenciales $A = D - 1$ y $B = D + 1$. Obtenga la solución de la ecuación diferencial

$$\left(AB\right)y = \frac{1}{2} - e^{-x}$$

que satisface las condiciones iniciales $y(0) = 1$ y $y'(0) = -1$

10) Obtenga la solución de la ecuación diferencial

$$D\left(xD - 1\right)y = x^{-1}$$

11) Sean la ecuación diferencial lineal no homogénea con coeficientes constantes

$$P(D)\,y = Q(x)$$

y $\{e^{3x}\ ,\ x\ ,\ 2x-2\ ,\ 1\}$ un conjunto de soluciones de la ecuación homogénea asociada. Si se sabe que $y_p = e^{-4x}$ es una solución particular de la ecuación no homogénea, determine

a) El operador $P(D)$ y la función $Q(x)$.

b) La solución general de la ecuación diferencial no homogénea.

12) Obtenga la solución general de la ecuación diferencial

$$y'' - 2y' - y = \frac{e^{-x}}{x^2+1}$$

13) Determine la forma de una de una solución particular (y_p) de la ecuación diferencial

$$y'' - y = e^{-2x} senx$$

Nota: No calcular el valor de los coeficientes de (y_p)

14) Sea la ecuación diferencial no homogénea

$$x^2y'' - 2xy' + 2y = x^2 \,Ln x$$

y sean $y_1(x) = x$, $y_2(x) = x^2$ soluciones de la ecuación diferencial

$$x^2y'' - 2xy' + 2y = 0$$

Obtenga la solución general de la ecuación diferencial no homogénea. (Para resolver esperen mis notas del lunes)

15) Utilice coeficientes indeterminados para resolver la ecuación diferencial

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = x - 4e^{x}$$

16) Resuelva la ecuación diferencial

$$2y'' - 6y' + 4y = 2\left(1 + e^{-x}\right)^{-1}$$

17) Determine la forma de una solución particular $\left(y_p\right)$ de la ecuación diferencial (sin determinar los coeficientes indeterminados)

$$y'' - y = e^{-2x} senx$$

18) Resuelva el problema de valor inicial :

$$y''' + 2y'' - 9y' - 18y = -18x^2 - 18x + 22$$

$$y(0) = -2 \text{ , } y'(0) = -8 \text{ , } y''(0) = -12$$

19) Obtenga la ecuación diferencial cuya solución general es

$$y(x) = C_1 \cos x + C_2\, senx - \frac{1}{2} x \cos x$$

20) A continuación completa las afirmaciones que se enuncian en la columna del lado derecho, escribiendo en cada paréntesis la letra de la columna del lado izquierdo que le corresponde, para que la afirmación sea correcta.

A) $2e^{x}\ ,\ e^{x} - e^{-6x}$

B) $y(x) = C_1 e^{x} + C_2 x e^{x}$

C) $g(x) = 2e^{2x}$

D) $P(D) = \left(D^2 + 4\right)^3 + \left(D - 1\right)^2$

E) $H(x) = C_1 x e^{x} + C_2 x^2 e^{x}$

F) $\frac{1}{2} e^{-6x} - e^{x}$

G) $y'' - 4y' + 4y = 0$

H) $senh x\ ,\ e^{-x}$

I) $y'' + 4y' + 4y = 0$

J) $G(D) = \left(D^2 + 4 \right)^3 \left(D + 1 \right)^2$

I) La ecuación diferencial homogénea asociada a la ecuación no homogénea que tiene por solución general la función

$$y = C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x} + \frac{1}{2}\cos 2x$$

se indica en la opción ( )

II) Una solución particular de la ecuación diferencial $y'' - 4y = 0$ es ( )

III) Constituyen un conjunto fundamental de soluciones de la ecuación diferencial $y'' + 5y' - 6y = 0$ las funciones ( )

IV) La forma de una solución particular de la ecuación diferencial $y'' - y = xe^{x}$ es la función ( )

V) Un operador anulador de la función $q(x) = x^2\cos 2x + xe^{-x}$ es ( )